

PREFAZIONE

Esistono sul mercato molti libri di “Meccanica Quantistica”, alcuni dei quali veramente ottimi, e ci si potrebbe chiedere a che pro pubblicarne un altro. Premesso che quelli belli sono generalmente piuttosto difficili per un neofita, perché danno, per lo più, per scontate una preparazione matematica ed una dimestichezza con lo studio teorico della fisica che egli non possiede ancora, e che degli altri testi esistenti taluni sono assai superficiali ed altri inutilmente complicati o farraginosi ed arruffati, desidero precisare che questo non vuole essere un libro in competizione con quelli aventi per argomento la “Meccanica Quantistica”, ma si propone solo di presentarne i rudimenti e di essere per il lettore una prima guida sulla via della comprensione degli elementi essenziali di quella teoria che è il fondamento di gran parte della scienza moderna.

Il libro si rivolge, infatti, ad un pubblico che si avvicini per la prima volta alla meccanica quantistica ed abbia una preparazione matematica elementare (da intendersi come una buona conoscenza del calcolo differenziale e degli elementi fondamentali del calcolo integrale) e possenga le nozioni di base della fisica classica, avendo, cioè, acquisito informazioni del tipo di quelle che vengono fornite nel primo biennio universitario di una facoltà scientifica; esso intende presentare i concetti e i formalismi che permettono di interpretare i fenomeni che avvengono nel mondo microscopico degli atomi e delle molecole e forniscono i primi strumenti e le prime indicazioni per affrontare lo studio di quello subatomico, anche se questi mondi, che costituiscono il vero oggetto della meccanica quantistica, saranno appena sfiorati dagli argomenti che vengono qui presentati, dato che in modo dettagliato verrà esaminato solo il più semplice dei sistemi quantistici reali, l'atomo di idrogeno.

Dietro questo libro c'è l'esperienza acquisita in più di quarant'anni di docenza, dedicati a corsi di fisica teorica e di metodi matematici, rivolti a giovani studenti universitari e aventi per oggetto proprio gli argomenti fisici e matematici su cui poggia la costruzione della meccanica quantistica; fondamentali per la sua stesura sono stati le domande e i commenti degli studenti (e dei colleghi) che hanno permesso di focalizzare quali punti necessitassero di maggiori dettagli e chiarimenti. L'opera ha le sue radici in un testo da me redatto e pubblicato col titolo *Istituzioni di Fisica Teorica – Introduzione alla Meccanica Quantistica* (Levrotto e Bella, Torino 1978, con una seconda edizione, riveduta e ampliata, nel 1990), più volte ristampato e attualmente esaurito; da esso sono tratti molti dei temi che, rielaborati, riorganizzati ed affiancati da nuovi argomenti, vengono esposti qui, dove ho cercato di presentare in modo chiaro ed esaustivo gli elementi fondanti della meccanica quantistica, affiancati dallo studio di un buon numero di problemi ed esercizi che ne illustrano diversi aspetti peculiari.

Il testo è stato redatto con molta attenzione ai dettagli, sia per le informazioni di carattere generale, sia per quelle di tipo matematico. Le sue dimensioni sono in buona parte dovute proprio alla cura dedicata all'esame dei processi logici che stanno dietro sia alle metodologie di indagine sia all'impostazione e allo studio dei singoli problemi, nonché alla presentazione dei molteplici complementi matematici necessari per una buona comprensione dei vari argomenti. Ho fatto un notevole sforzo per semplificare al massimo sia il linguaggio che i formalismi utilizzati, senza però rinunciare alla correttezza e al necessario rigore, e ho dedicato una cura particolare all'analisi dei significati e delle implicazioni dei dati sperimentali e delle ipotesi e modelli atti ad interpretarli. Poiché le maggiori difficoltà incontrate dallo studente medio nello studio della fisica non derivano tanto dalla accettazione di nuove idee, quanto dalla comprensione della loro elaborazione matematica, a questa ho riservato una notevole attenzione, richiamando sempre gli elementi essenziali dei formalismi utilizzati, cui sono sovente dedicate specifiche e dettagliate appendici; per le dimostrazioni ho cercato di evidenziare la logica dei procedimenti seguiti e i calcoli necessari, quando non del tutto banali, sono svolti completamente e ho sottolineato i particolari accorgimenti atti ad abbreviare il percorso per arrivare ai risultati voluti.

Il libro inizia con una breve presentazione del panorama storico delle conoscenze nel campo della fisica, quale si presentava nel periodo che comprende gli ultimi anni dell'800 e il primo quarto del '900, panorama in continuo mutamento grazie al fermento di nuove informazioni, scoperte ed idee che si verificò in quell'epoca e che prelude alla nascita della meccanica quantistica, che può essere fissata negli anni 1925 e 1926, quando prima Heisenberg e poi Schrödinger pubblicarono due articoli fondamentali che, partendo da punti di vista ed utilizzando metodi completamente diversi, diedero origine a due teorie apparentemente distinte, note l'una come meccanica delle matrici e l'altra come meccanica ondulatoria. Si tratta, in realtà, come mostrò quasi subito lo stesso Schrödinger, di due diverse formulazioni di una stessa teoria, la meccanica quantistica. Nell'ambito della panoramica storica vengono analizzati in qualche dettaglio due eventi particolarmente significativi per i futuri sviluppi: l'ipotesi di Planck che, nel 1900, portò alla spiegazione teorica della struttura della radiazione del corpo nero e il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, del 1913, che permise di costruire per la prima volta la formula, empiricamente nota, che fornisce le lunghezze d'onda delle righe spettrali dell'idrogeno.

I due diversi approcci alla meccanica quantistica, originati dai lavori di Heisenberg e di Schrödinger, si basano su formalismi matematici diversi ed entrambi devono fare parte del bagaglio culturale di qualsiasi fisico moderno. Per la loro presentazione ho scelto, come già nel mio libro precitato, di iniziare con l'approccio alla Schrödinger, ritenendo il linguaggio matematico di riferimento, quello delle equazioni differenziali e delle loro soluzioni, più congeniale a chi si avvicini allo studio della meccanica quantistica di quanto non lo sia il linguaggio del formalismo matriciale che è quello degli spazi vettoriali. Sono convinto, infatti, che gli studenti siano inizialmente più disposti, perché più abituati, a

veder tradotto un problema in termini di equazioni differenziali e a lavorare nell'ambito della teoria delle funzioni, che a pensare in termini astratti a operatori e spazi di Hilbert; l'approccio di Heisenberg viene quindi presentato solo in un secondo tempo, quando sarà già stata acquisita, almeno implicitamente, una certa dimestichezza coi formalismi associati agli spazi vettoriali.

Ai formalismi connessi con la formulazione alla Schrödinger ed alla loro utilizzazione sono dedicati i capitoli dal secondo all'ottavo. Nel capitolo sesto, uno dei più corposi, viene presa in esame la maggior parte dei problemi unidimensionali che si sanno risolvere esattamente; particolare attenzione è stata dedicata a quelli relativi a gradini, buche e barriere di potenziale rettangolari che, pur non corrispondendo esattamente ad alcuna situazione reale, possono essere utilizzati per simularne molteplici ed illustrano, con calcoli abbastanza semplici, molte situazioni caratteristiche del mondo quantistico.

Una segnalazione specifica meritano i paragrafi 7 ed 8 che mostrano come i fenomeni di trasmissione e riflessione da parte di una o più barriere e/o buche di potenziale possano essere interpretati come fenomeni interferenziali e quindi visti come manifestazione di una natura squisitamente ondulatoria delle particelle incidenti; una conseguenza notevole di ciò è il fenomeno della trasparenza totale di una successione di barriere che può verificarsi anche per energie delle particelle incidenti molto inferiori all'altezza delle barriere stesse. Questo tipo di analisi non compare in alcuno dei testi di meccanica quantistica a me noti, forse anche perché i calcoli relativi, concettualmente molto semplici, sono, però, piuttosto lunghi e faticosi; ho ritenuto tuttavia opportuno inserirli, perché molto istruttivi e di possibile utilità per lo studio di fenomeni legati alla fisica dei solidi.

Di notevole importanza il paragrafo 15, che studia il moto di una particella in un campo di forze uniforme, e per il particolare tipo di approccio matematico che richiede e per i risultati ricavati che stanno alla base della presentazione che farò, nel capitolo nono, del metodo WKB. Fondamentale è poi il paragrafo 16, dedicato all'oscillatore armonico lineare che rappresenta uno dei problemi più classici di tutta la meccanica quantistica; un'attenzione specifica è stata prestata allo studio degli stati quasiclassici (detti anche "coerenti") dell'oscillatore ed alle loro caratteristiche, argomento che viene ripreso nel paragrafo 2 del capitolo undicesimo. Una particolare cura ho, infine, dedicato al paragrafo 18, che tratta dei potenziali periodici e che è uno degli argomenti più bistrattati da molti testi di meccanica quantistica; spero di essere riuscito a presentare l'argomento in modo sufficientemente chiaro e corretto.

Il capitolo settimo riguarda lo studio dei problemi centrali e ne discute i più semplici e noti; nel successivo viene preso in considerazione il problema dei due corpi che offre l'occasione per lo studio degli atomi idrogenoidi, cioè proprio del problema che ha visto nascere l'equazione di Schrödinger.

Strettamente imparentata con l'equazione di Schrödinger e con l'uso di una funzione d'onda per descrivere un sistema quantistico è l'approssimazione semiclassica della meccanica quantistica che viene presentata nel capitolo nono e che

permette di ottenere risultati strabilianti in molti casi che non si sanno trattare esattamente. È questo un altro argomento che, malgrado la sua importanza, è sovente negletto e maltrattato negli usuali testi di meccanica quantistica.

Nel capitolo decimo, finalmente, viene preso in considerazione l'approccio matriciale alla meccanica quantistica e nel successivo vengono studiati, utilizzando il formalismo relativo, diversi problemi interessanti, tra cui quello dell'oscillatore armonico lineare che implica l'introduzione e l'uso degli operatori di creazione e distruzione, operatori che giocano un ruolo di importanza capitale anche nello studio di molti altri problemi.

Una particolare segnalazione merita lo studio dei momenti angolari che trova spazio sia nei capitoli terzo e quarto, per la loro utilizzazione connessa col formalismo di Schrödinger, sia nel paragrafo 4 del capitolo undicesimo e nell'intero capitolo dodicesimo per la loro importantissima descrizione con il formalismo matriciale che si basa sulla considerazione e lo studio di un'algebra di Lie.

Il capitolo tredicesimo tratta di metodi approssimati e buona parte di esso è dedicata alla teoria delle perturbazioni, sia stazionarie che dipendenti dal tempo, con l'illustrazione di diverse applicazioni; in particolare, queste porgono l'occasione per analizzare l'effetto Stark nell'idrogeno e per mostrare come la degenerazione abnorme dei livelli energetici idrogenoidi sia dovuta all'approssimazione di cariche puntiformi implicite nell'uso del potenziale coulombiano. Per quanto riguarda le hamiltoniane dipendenti dal tempo, oltre alla relativa teoria perturbativa elaborata originariamente da Dirac, vengono qui presentate le due approssimazioni limite, quella istantanea e quella adiabatica, valide rispettivamente nei casi di variazioni temporali molto veloci e molto lente. Come ultimo argomento del capitolo viene poi esaminato brevemente un metodo variazionale utile per la stima di livelli energetici (quello fondamentale, essenzialmente) di un sistema che non si sappiano determinare altrimenti e, come esempio significativo, ne viene mostrato il funzionamento per determinare il livello fondamentale dall'atomo di elio.

Pur occupandosi il libro principalmente dei problemi più semplici, quelli del moto di una particella singola in un campo di forze esterno e quelli del moto relativo di due particelle interagenti tra loro, riconducibili ai precedenti, esso non può ignorare due argomenti che hanno necessariamente a che fare con sistemi composti da più particelle. Il primo, quello dei sistemi di particelle identiche, dove la differenza tra predizioni classiche e quantistiche si manifestano in modo eclatante, viene trattato brevemente nel capitolo quattordicesimo. Il secondo, presentato nel capitolo sedicesimo, è quello in cui si ha che fare con miscele statistiche e che fornisce l'occasione per introdurre la cosiddetta matrice densità che, oltre a offrire la possibilità di una descrizione di un sistema alternativa a quella legata ad una funzione d'onda, risulta indispensabile per dare informazioni relative ad una miscela statistica.

Il capitolo quindicesimo mostra come possa essere studiato il moto di una particella carica soggetta all'azione di un campo elettromagnetico esterno, nel-

l'ambito della meccanica quantistica non relativistica, introducendo, secondo il suggerimento di Pauli, un termine additivo nell'equazione di Schrödinger, e utilizza poi l'equazione di Schrödinger–Pauli per lo studio dell'effetto Zeeman; questo offre l'occasione per una divagazione relativa allo studio degli atomi con più elettroni ed alla classificazione dei loro possibili stati stazionari.

L'ultimo capitolo è dedicato alla teoria dell'urto ed inizia con alcune considerazioni di carattere generale e cinematico. Ho ritenuto poi opportuno dedicare un po' di spazio allo studio dei processi d'urto in meccanica classica, dato che, ogni qualvolta ho inserito nelle mie lezioni lo studio dei processi d'urto, il richiamo di una loro trattazione classica mi è sempre stato richiesto espressamente dagli studenti che seguivano il corso. Lo studio quantistico dei processi di diffusione si concentra prevalentemente su quelli centrali, presentando il formalismo legato agli sviluppi in onde e ampiezze parziali di funzione d'onda e ampiezza di diffusione. Una certa attenzione viene dedicata all'effetto Ramsauer–Townsend ed al fenomeno delle onde risonanti. Un paragrafo a sé, il nono, è preteso dalla diffusione coulombiana che esige una trattazione matematica specifica. Negli ultimi paragrafi viene presentata la matrice S , con alcuni cenni al formalismo ad essa connesso, e discussa l'approssimazione di Born, già introdotta precedentemente per valutazioni approssimate di fasi dell'urto e ampiezza di diffusione.

Concludono il volume nove appendici di complementi matematici che hanno la funzione di ricavare formule specifiche ovvero quella di fornire richiami e, a chi non ne fosse in possesso, informazioni fondamentali sui formalismi necessari ad una comprensione completa del testo. Di tipo particolare sono le appendici 5 e 6, dedicate rispettivamente ai polinomi ortogonali ed alle funzioni sferiche di Bessel; in esse ho mostrato come si possano dedurre tutte le proprietà di tali funzioni e ricavare le formule utilizzate nel testo in molteplici occasioni e là semplicemente richiamate senza dimostrazioni; ritengo che esse forniscano anche un utile formulario, possibile strumento di lavoro.

Ringrazio qui tutti i colleghi ed amici che in vari modi hanno contribuito alla costruzione sia concettuale che materiale di quest'opera. Indispensabile per la preparazione al computer del testo e delle relative figure mi è stato l'aiuto di Wanda Alberico, Marzia Nardi e Nanni Pollarolo. Sono debitore ad Alberto Giovannini e a Stefano Sciuto della presa in considerazione di alcuni argomenti che probabilmente avrei trascurato se non mi fosse stato noto il loro interesse verso di essi. Un ringraziamento particolare lo devo poi a Luigi Sertorio per la lettura dei primi capitoli e per le molteplici discussioni relative a diversi aspetti concettuali e, soprattutto, a Enrico Predazzi che si è sobbarcato il compito di leggere e chiosare l'intera stesura; le sue critiche e i suoi commenti mi sono stati estremamente utili.

Cesare Rossetti

Torino, ottobre 2007

PREFAZIONE ALLA SECONDA EDIZIONE

Due sono le ragioni per presentare, a breve distanza dalla sua comparsa, anzichè una ristampa di questo libro, una sua nuova edizione, anche se con ben poche differenze sostanziali rispetto a quella originaria.

Il tempo trascorso ha permesso di individuare alcuni errori e un numero di refusi (diverse centinaia) che risulta giustificabile solo se paragonato al numero di caratteri implicato dalle stesura del testo (alcuni milioni); il loro elenco avrebbe preteso la preparazione di un *errata corrige* di dimensioni notevoli e la loro eliminazione è la prima delle ragioni di questa nuova edizione, in cui spero che gli errori e i refusi, ancora certamente presenti, siano in numero accettabile.

La seconda è una riscrittura del paragrafo ottavo del capitolo sesto che, nella versione originaria, presentava, in un modo noioso e pesante, le proprietà di trasparenza di una serie di barriere di potenziale rettangolari; nella nuova stesura esso è stato alleggerito e limitato all'analisi dettagliata solo di quelle relative ad una coppia di barriere, mentre l'analisi del più generale caso di un numero arbitrario di barriere è stata rinviata ad un nuovo paragrafo, il diciannovesimo, dedicato allo studio dei *potenziali localmente periodici*, dove l'argomento viene affrontato con un metodo che permette di ottenere risultati di validità generale in modo piuttosto semplice.

Cesare Rossetti

Torino, gennaio 2011

INDICE

CAP. I Premesse	pag. 1
1.- Idee e fatti che determinarono la nascita della meccanica quantistica	pag. 1
2.- Il corpo nero e l'ipotesi di Planck	pag. 16
3.- Il modello di Bohr per gli atomi idrogenoidi	pag. 26
3.1.-Stime numeriche	pag. 30
CAP. II L'approccio di Schrödinger	pag. 35
1.- Introduzione	pag. 35
2.- Funzione d'onda: significato e proprietà	pag. 37
3.- Il principio di sovrapposizione	pag. 40
4.- L'equazione di Schrödinger	pag. 42
4.1.- L'equazione di Schrödinger per una particelle libera.....	pag. 42
4.2.- Forma generale dell'equazione di Schrödinger	pag. 48
5.- Equazione di continuità	pag. 50
6.- Soluzioni dell'equazione di Schrödinger "libera"	pag. 54
6.1.- Analisi di un semplice pacchetto d'onde	pag. 60
7.- Normalizzazione "in scatola"	pag. 65
8.- Onde piane in scatola	pag. 66
9.- Sistemi completi di funzioni esponenziali	pag. 68
10.- Insiemi discreti e continui di onde piane	pag. 75
11.- Spazio delle configurazioni e spazio degli impulsi	pag. 80
11.1.- Descrizione di un sistema di definito impulso nello spazio degli impulsi	pag. 80
11.2.- L'equazione di Schrödinger nello spazio degli impulsi	pag. 81
12.- Valori medi	pag. 85
12.1.- Esempi di calcolo di valori medi	pag. 93
12.2.- Evoluzione temporale dei valori medi.....	pag. 100
CAP. III Osservabili fisiche e operatori quantistici	pag. 105
1.- Generalità	pag. 105
2.- Rappresentazione dei più semplici operatori	pag. 113
2.1.- Operatori espressi in coordinate polari	pag. 116
2.11.- Operatori di momento angolare	pag. 117
2.12.- Energia cinetica e componente radiale dell'impulso	pag. 119
3.- Relazioni di commutazione	pag. 122
4.- Equazioni agli autovalori	pag. 126
4.1.- Sugli autovalori e le autofunzioni di un operatore hermitiano	pag. 128

5.- Misura contemporanea di più osservabili	pag. 138
6.- Il principio di indeterminazione	pag. 141
6.1.- La relazione di indeterminazione “tempo–energia”	pag. 147
6.2.- Giustificazioni empiriche del principio di indeterminazione	pag. 149
7.- Minimo prodotto degli scarti	pag. 152
7.1.- Allargamento nel tempo di un pacchetto d’onde gaussiano libero	pag. 155
CAP. IV Alcuni importanti esempi di equazioni agli autovalori	pag. 161
1.- L’operatore posizione	pag. 161
2.- L’operatore impulso	pag. 163
3.- L’operatore L_z , terza componente del momento angolare	pag. 166
4.- L’operatore L^2 , quadrato del momento angolare	pag. 167
4.1.- Proprietà delle funzioni $P_l(x)$, $P_l^m(x)$ e $Y_l^m(\Omega)$	pag. 176
4.2.- Visualizzazione semiclassica dei momenti angolari	pag. 186
5.- L’operatore energia cinetica	pag. 187
5.1.- Equazione agli autovalori in coordinate cartesiane	pag. 188
5.2.- Equazione agli autovalori in coordinate polari	pag. 189
5.21.- Cenni sull’equazione delle funzioni di Bessel sferiche e le sue soluzioni	pag. 191
5.22.- Ancora sulle autofunzioni di p^2 . Normalizzazione in senso lato delle funzioni $j_l(kr)$	pag. 193
5.23.- Decomposizione di un’onda piana in stati di definito momento angolare	pag. 196
CAP. V Stati di un sistema quantistico	pag. 199
1.- Identificazione dello stato di un sistema	pag. 199
2.- Evoluzione temporale e principio di causalità	pag. 201
3.- Stati stazionari	pag. 207
3.1.- Studio degli stati stazionari	pag. 209
CAP. VI Problemi unidimensionali	pag. 211
1.- Generalità	pag. 211
2.- Particella libera	pag. 216
3.- Gradino di potenziale	pag. 217
3.1.- Barriera impenetrabile	pag. 225
4.- Barriera di potenziale rettangolare	pag. 225
4.1.- Calcolo di T ed R	pag. 228
4.2.- Trasparenza di una barriera di potenziale su scala macro e microscopica	pag. 230
4.3.- Il caso di $E > V_0$	pag. 233
5.- Calcolo approssimato del coefficiente di trasmissione di una barriera poco trasparente, di forma arbitraria	pag. 234
6.- Buca di potenziale rettangolare: stati del continuo	pag. 237
7.- Trasmissione e riflessione come fenomeni interferenziali	pag. 241

8.- Coppi di barriere di potenziale. Serie di barriere	pag. 250
9.- Buca di potenziale rettangolare di altezza infinita	pag. 262
9.1.- Valori medi	pag. 267
9.2.- Probabilità di posizione	pag. 271
9.3.- Buca di potenziale parallelepipedale a pareti impenetrabili	pag. 273
10.- Problemi unidimensionali, stati legati e assenza di degenerazione	pag. 275
11.- Parità delle funzioni di stato per potenziali unidimensionali simmetrici	pag. 276
12.- Buca di potenziale rettangolare: stati legati	pag. 278
13.- Buca di potenziale asimmetrica: possibile assenza di stati legati	pag. 285
14.- Potenziale deltiforme	pag. 288
15.- Particella in un campo di forze uniforme	pag. 295
16.- L'oscillatore armonico lineare	pag. 305
16.1.- Funzioni di stato e valori medi	pag. 314
16.2.- Probabilità di posizione	pag. 319
16.3.- Stati coerenti	pag. 322
16.4.- Oscillatore tridimensionale	pag. 333
17.- Potenziale di Morse	pag. 336
18.- Potenziali periodici	pag. 343
18.1.- Il potenziale di Kronig e Penney	pag. 347
18.2.- Serie di barriere di potenziale rettangolari	pag. 355
19.- Potenziali localmente periodici	pag. 363
19.1.- Serie di barriere	pag. 365
19.11.- Trasparenza di una serie di barriere	pag. 372
19.12.- Serie di barriere confinate in una buca di altezza infinita	pag. 375
19.13.- Serie di barriere rettangolari	pag. 380
19.14.- Sequenza di barriere deltiformi	pag. 388
19.2.- Serie di buche	pag. 392
CAP. VII Problemi centrali	pag. 403
1.- Generalità	pag. 403
1.1.- Comportamenti asintotici, normalizzazioni e condizioni al contorno	pag. 407
1.2.- Probabilità di posizione	pag. 409
2.- Moto di una particella libera	pag. 411
3.- Buca di potenziale sferica a parete impenetrabile	pag. 413
4.- Buca di potenziale sferica di profondità finita	pag. 414
5.- Potenziale lineare confinante	pag. 422
6.- Oscillatore armonico isotropo	pag. 424
6.1.- Spettro e degenerazione	pag. 430
6.2.- Valori medi	pag. 432
6.3.- Gli stati s	pag. 434

7.- Punto materiale soggetto all'azione di N attrattori elastici ...	pag. 435
CAP. VIII Il problema dei due corpi	pag. 437
1.- Generalità	pag. 437
2.- Interazione nucleone–nucleone come buca di potenziale sferica	pag. 440
3.- Gli atomi idrogenoidi	pag. 442
3.1.- Funzioni d'onda radiali	pag. 447
3.2.- Funzioni di stato complete e degenerazione	pag. 451
3.3.- Ortogonalità delle funzioni di stato	pag. 452
3.4.- Probabilità di posizione	pag. 453
3.5.- Sullo stato fondamentale dell'atomo d'idrogeno	pag. 456
CAP. IX Approssimazione semiclassica	pag. 459
1.- Il limite classico delle meccanica quantistica	pag. 459
2.- Il metodo WKB e l'approssimazione semiclassica	pag. 464
3.- Soluzioni dell'equazione di Schrödinger nell'intorno di un punto di inversione in cui il potenziale sia lentamente variabile	pag. 468
4.- Studio semiclassico di una buca di potenziale	pag. 475
5.- Trattazione semiclassica dell'effetto tunnel	pag. 481
6.- Potenziali periodici e approssimazione WKB	pag. 486
7.- Punti di inversione legati a discontinuità del potenziale	pag. 492
8.- Approssimazione semiclassica e problemi centrali	pag. 497
8.1.- Atomi idrogenoidi e approssimazione WKB	pag. 499
8.2.- Alcune considerazioni sui decadimenti α	pag. 501
CAP. X La formulazione matriciale	pag. 505
1.- Introduzione	pag. 505
2.- Lo spazio degli stati fisici	pag. 506
2.1.- Operatori definiti in \mathcal{F} . Significato degli elementi di matrice	pag. 509
2.2.- Connessioni con la formulazione di Schrödinger	pag. 513
2.3.- Trasformazioni unitarie definite in \mathcal{F} e trasformazioni di coordinate	pag. 516
2.31.- Traslazioni	pag. 521
2.32.- Rotazioni	pag. 522
2.33.- Inversione e operatore di parità	pag. 523
3.- Evoluzione temporale di un sistema	pag. 526
3.1.- Descrizione di Schrödinger	pag. 527
3.2.- Descrizione di Heisenberg	pag. 529
3.3.- Costanti del moto e proprietà di simmetria della hamiltoniana	pag. 530
4.- L'approccio di Heisenberg	pag. 533
4.1.- Equazioni classiche del moto	pag. 534
4.2.- Parentesi di Poisson e commutatori	pag. 536

4.3.- Quantizzazione di un sistema classico	pag. 537
5.- Sul formalismo alla Heisenberg.....	pag. 539
6.- La rappresentazione “energia”. Stati stazionari.....	pag. 545
6.1.- Stati non stazionari e quasi stazionari.....	pag. 547
CAP. XI Problemi trattati con tecniche matriciali.....	pag. 553
1.- Schema	pag. 553
2.- Oscillatore armonico lineare	pag. 554
2.1.- Funzioni rappresentative degli stati	pag. 564
2.2.- Stati coerenti	pag. 566
3.- Problemi centrali.....	pag. 570
4.- Operatori di momento angolare	pag. 572
4.1.- Rappresentazioni finito-dimensionali	pag. 578
4.11.- La rappresentazione fondamentale	pag. 581
4.12.- La rappresentazione regolare.....	pag. 582
4.2.- Momenti angolari orbitali. Funzioni rappresentative degli stati.....	pag. 583
5.- Atomi idrogenoidi.....	pag. 587
5.1.- Costruzione degli stati dell’insieme $\{ nlm\rangle\}$	pag. 592
5.2.- Rappresentazione degli stati nello spazio delle configurazioni	pag. 593
6.- Vibrazioni di un “cristallo unidimensionale”.....	pag. 595
CAP. XII Ancora sui momenti angolari.....	pag. 605
1.- Lo spin.....	pag. 605
1.1.- Descrizione di un sistema dotato di spin.....	pag. 606
1.11.- Particelle di spin $1/2$	pag. 609
1.12.- Particelle di spin 1	pag. 613
2.- Composizione di due momenti angolari.....	pag. 617
2.1.- Costruzione degli stati $ jm\rangle$ e calcolo dei coefficienti di Clebsch–Gordan	pag. 622
2.2.- Esempi di composizione di due momenti angolari.....	pag. 630
2.21.- Composizione di due spin $1/2$	pag. 631
2.22.- Composizione di due momenti angolari, uno uguale ad 1 e l’altro uguale ad $1/2$	pag. 632
CAP. XIII Metodi di approssimazione	pag. 635
1.- Introduzione	pag. 635
2.- Teoria delle perturbazioni per stati stazionari e livelli discreti d’energia	pag. 636
2.1.- Esempi: perturbazione di un oscillatore armonico lineare ..	pag. 642
2.11.- Oscillatore carico soggetto all’azione di un campo elettrico costante	pag. 642
2.12.- Perturbazione quadratica	pag. 644
3.- Perturbazione di un livello degenerare.....	pag. 646
4.- Esempi di calcoli perturbativi (coinvolgenti atomi idrogenoidi)pag.	650

4.1.-	Correzioni allo spettro degli atomi idrogenoidi dovute alla non puntiformità del nucleo	pag. 650
4.2.-	Effetto Stark nell'idrogeno	pag. 656
5.-	Perturbazioni dipendenti dal tempo	pag. 659
6.-	Transizioni tra stati discreti e stati del continuo indotte da una perturbazione periodica.....	pag. 666
6.1.-	Probabilità di ionizzazione di un atomo d'idrogeno soggetto all'azione di un campo elettrico periodico	pag. 669
7.-	Perturbazioni di durata finita.....	pag. 671
7.1.-	Perturbazione che, dopo un certo tempo, tende ad un valore costante	pag. 672
8.-	Variazione brusca dell'hamiltoniana	pag. 673
8.1.-	Decadimento β di un atomo idrogenoide	pag. 675
9.-	Approssimazione istantanea.....	pag. 677
10.-	Approssimazione adiabatica	pag. 682
11.-	Mutazioni di un oscillatore armonico nelle approssimazioni istantanea ed adiabatica.....	pag. 688
11.1.-	Oscillatore con frequenza variabile nel tempo.....	pag. 689
11.11.-	Approssimazione istantanea	pag. 689
11.12.-	Approssimazione adiabatica	pag. 694
11.2.-	Oscillatore la cui posizione di equilibrio varia nel tempo ..	pag. 696
11.21.-	Approssimazione istantanea.....	pag. 696
11.22.-	Approssimazione adiabatica	pag. 699
12.-	Stima di livelli energetici con un metodo variazionale.....	pag. 700
12.1.-	Esempi elementari	pag. 701
12.2.-	Stima del livello fondamentale dell'elio	pag. 704
12.3.-	Stima del valore di un livello eccitato	pag. 709
CAP. XIV	Sistemi di particelle identiche	pag. 711
1.-	Indistinguibilità di particelle identiche	pag. 711
2.-	Bosoni e fermioni.....	pag. 716
3.-	Il principio di Pauli.....	pag. 720
4.-	Interazione di scambio.....	pag. 722
5.-	Atomi con due elettroni	pag. 729
CAP. XV	Moto in un campo elettromagnetico	pag. 737
1.-	Equazioni del moto.....	pag. 737
2.-	L'effetto Zeeman	pag. 746
2.1.-	Sui livelli energetici e gli stati stazionari di un atomo.....	pag. 747
2.2.-	Regole di selezione	pag. 751
2.3.-	Effetto Zeeman "normale"	pag. 755
2.4.-	Effetto Zeeman "anomalo"	pag. 758
2.41.-	Calcolo rigoroso del fattore di Landé.....	pag. 764
CAP. XVI	Insiemi puri e miscele. L'operatore densità	pag. 767
1.-	Insiemi puri e miscele.....	pag. 767

2.- Descrizione di uno stato puro.....	pag. 769
3.- Descrizione di una miscela statistica.....	pag. 773
4.- Insiemi di particelle di spin $1/2$	pag. 778
5.- Evoluzione temporale di un insieme statistico.....	pag. 788
6.- Elementi di matrice dell'operatore densità.....	pag. 791
7.- Misure in un sottoinsieme di un insieme dato.....	pag. 795
CAP. XVII Elementi di teoria dell'urto.....	pag. 797
1.- Generalità.....	pag. 797
1.1.- Sezioni d'urto.....	pag. 798
1.2.- Cinematica di un urto elastico. Sistemi di riferimento del laboratorio e del baricentro.....	pag. 801
1.21.- Connessioni tra SL ed SB.....	pag. 804
1.22.- Sezioni d'urto in SL ed SB.....	pag. 809
2.- Urti in meccanica classica.....	pag. 811
2.1.- Equazione della traiettoria.....	pag. 816
2.11.- Traiettoria in un campo kepleriano o coulombiano.....	pag. 816
2.2.- Angolo di diffusione e parametro d'urto.....	pag. 820
2.3.- Sezioni d'urto.....	pag. 822
2.4.- Urto contro una sfera rigida.....	pag. 823
2.5.- Diffusione coulombiana: formula di Rutherford.....	pag. 825
2.6.- Sezioni d'urto di assorbimento e di caduta.....	pag. 826
2.61.- Sezione d'urto di caduta di meteoriti sulla terra.....	pag. 828
3.- Urti stazionari in meccanica quantistica.....	pag. 829
3.1.- Sezioni d'urto di diffusione.....	pag. 831
4.- Potenziali centrali. Sviluppi in onde parziali.....	pag. 835
4.1.- Ampiezza di diffusione e sezioni d'urto.....	pag. 839
4.11.- Teorema ottico.....	pag. 843
4.12.- Utilità pratica degli sviluppi in onde parziali.....	pag. 843
4.2.- Calcolo delle fasi. Relazioni tra fasi e potenziale.....	pag. 845
4.3.- Comportamento delle fasi in soglia.....	pag. 850
4.4.- Distribuzione angolare alle basse energie.....	pag. 851
5.- Urto contro una sfera impenetrabile.....	pag. 852
6.- Diffusione da parte di un potenziale di tipo buca o barriera sferica.....	pag. 858
7.- Effetto Ramsauer–Townsend e onde risonanti.....	pag. 865
7.1.- Effetto Ramsauer–Townsend.....	pag. 866
7.2.- Onde risonanti.....	pag. 868
7.21.- La formula di Breit e Wigner.....	pag. 870
7.22.- Condizioni di comparsa di una risonanza.....	pag. 872
7.23.- Risonanze e stati metastabili.....	pag. 875
8.- Approssimazione di Born.....	pag. 879
8.1.- Approssimazione di Born per le ampiezze parziali e per le fasi.....	pag. 879
8.2.- Approssimazione di Born per l'ampiezza di diffusione.....	pag. 881

8.3.- Esempio. Potenziale coulombiano schermato	pag. 882
9.- Urto di particelle identiche	pag. 884
10.- Diffusione Coulombiana	pag. 890
10.1.- Coordinate paraboliche	pag. 893
10.2.- Studio del problema in coordinate paraboliche	pag. 895
10.3.- Urto coulombiano tra particelle identiche. Sezione d'urto di Mott	pag. 900
11.- La matrice S	pag. 902
11.1.- Rappresentazione formale della matrice S	pag. 904
11.11.- Descrizione di interazione	pag. 904
11.12.- La formula di Dyson	pag. 906
11.13.- Utilizzazione della formula di Dyson	pag. 908
11.2.- Sezioni d'urto	pag. 910
11.21.- Approssimazione di Born	pag. 915
12.- Matrice S e problemi centrali	pag. 916
12.1.- Sezioni d'urto	pag. 919
13.- Alcune implicazioni dell'unitarietà della matrice S	pag. 923
APPENDICI	pag. 927
App. 1.- Equazioni differenziali, alle derivate parziali, lineari, omogenee, separabili	pag. 929
App. 2.- La funzione delta di Dirac	pag. 933
App. 3.- Richiami sugli spazi L^2 e le serie di Fourier	pag. 943
App. 4.- Richiami sulle equazioni differenziali, lineari e omogenee del secondo ordine	pag. 951
App. 5.- Polinomi ortogonali	pag. 957
1.- Generalità	pag. 957
2.- I polinomi ortogonali classici	pag. 959
2.1.- Equazione differenziale	pag. 965
2.2.- Ortogonalità del sistema $\{P'_n(x)\}$	pag. 966
2.3.- Formule per la derivata	pag. 967
2.4.- Funzione generatrice	pag. 968
2.5.- Integrale di normalizzazione	pag. 970
3.- Polinomi di Legendre	pag. 972
4.- Polinomi di Laguerre	pag. 976
5.- Polinomi di Hermite	pag. 980
6.- Polinomi di Chebyshev	pag. 983
App. 6.- Le funzioni sferiche di Bessel	pag. 987
1.- Le funzioni sferiche di Bessel e di Neumann	pag. 987
2.- Formule per la derivata e relazione di ricorrenza	pag. 990
3.- Comportamenti asintotici	pag. 991
4.- Le funzioni sferiche di Hankel	pag. 994
App. 7.- Spazi vettoriali lineari. Richiami ed estensioni	pag. 997
1.- Generalità	pag. 997

2.- Operatori	pag. 1000
3.- Basi, elementi di matrice e rappresentazioni	pag. 1003
4.- Operatori e trasformazioni unitarie	pag. 1008
5.- Rappresentazioni e cambiamenti di basi ortonormali.	pag. 1010
6.- Equazione agli autovalori	pag. 1011
7.- Diagonalizzazione di operatori hermitiani	pag. 1013
App. 8.- Somma della serie $\sum_l (2l + 1)[j_l(kr)]^2 P_l(\cos\vartheta)$	pag. 1015
App. 9.- Una formula utile per l'integrazione di funzioni simmetriche	pag. 1019
Elenco degli scienziati citati	pag. 1025
Indice analitico	pag. 1033